

I 出題意図：電気と磁気に関する基本的な理解を問うた。特に、磁場中のコイル、および電気回路を題材にとり、物理法則を適切に用いて現象を理解する力を問うた。

問1

(1) 磁束密度のコイルの面に垂直な成分は  $B \cos \theta$  であるから、面積  $S$  のコイルを貫く磁束は、 $B \cos \theta \times S = \underline{BS \cos \theta}$  となる。

(2) 角  $\theta$  は、 $\theta = \omega t$  となる。

(3) 時刻  $t$  においてコイルを貫く磁束を  $\Phi(t)$  とおくと、問1(1)、(2)より、

$$\Phi(t) = BS \cos \omega t$$

である。時刻  $t$  から  $t + \Delta t$  までの、コイルを貫く磁束の変化量は

$$\Delta \Phi = \Phi(t + \Delta t) - \Phi(t) = BS \cos \omega(t + \Delta t) - BS \cos \omega t$$

であるが、与えられた近似式を用いると、

$$\Delta \Phi = -\omega BS \Delta t \sin \omega t$$

となる。ゆえに、コイルに発生する誘導起電力  $V$  は、 $V = -\frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$  より、

$$\underline{V = \omega BS \sin \omega t}$$

となる。

(4) 問1(3)より、誘導起電力の最大値は  $\underline{\omega BS}$  である。

問2

(1) 前問より、抵抗  $R$  にかかる電圧は  $V = \omega BS \sin \omega t$  であるから、抵抗に流れる電流  $I$  は

$$\underline{I = \frac{\omega BS}{R} \sin \omega t}$$

となる。

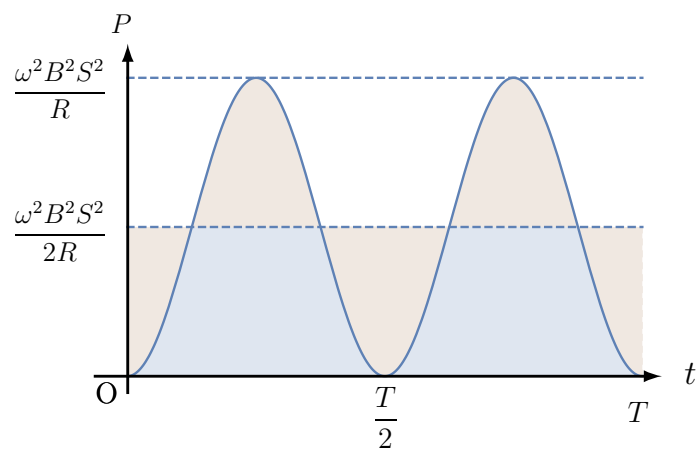
(2) 時刻  $t$  における消費電力  $P$  は、 $P = IV$  より、

$$\underline{P = \frac{\omega^2 B^2 S^2}{R} \sin^2 \omega t}$$

となる。

(3)  $\sin^2 \omega t$  は0と1の間の値をとるから、消費電力の最大値は  $\underline{\frac{\omega^2 B^2 S^2}{R}}$ 、最小値は0となる。

(4) コイルが回転する周期を  $T = \frac{2\pi}{\omega}$  とおく。



図より、 $0 < t < T$  の時間における消費電力は、辺の長さが  $\frac{\omega^2 B^2 S^2}{2R}$ 、 $T$  の長方形の面積に等しくなる。したがって、この面積を時間  $T$  で割れば、消費電力の時間平均が

$$\frac{\omega^2 B^2 S^2}{2R}$$

として求められる。

電圧の実効値  $\frac{1}{\sqrt{2}}\omega BS$  と電流の実効値  $\frac{1}{\sqrt{2}}\frac{\omega BS}{R}$  を掛け合わせることで同じ結果が得られる。

II 出題意図：プリズムを題材として，光の性質に関する基礎的な知識を問うとともに，物理法則を適切に用いる思考力についても問うた。

問 1

( 1 )  $\underline{\sin \theta_1 = n \sin \theta'_1}$

( 2 )  $\underline{n \sin i_0 = 1}$

( 3 )  $\alpha$  の頂点，点 P，点 Q からなる三角形の内角の和を考えると，以下のようになる。

$$\underline{\alpha = \theta'_1 + \theta'_2}$$

( 4 )  $\phi = \theta_1 - \theta'_1 + \theta_2 - \theta'_2$  であり， $\alpha = \theta'_1 + \theta'_2$  であるので以下のようになる。

$$\underline{\phi = \theta_1 + \theta_2 - \alpha}$$

( 5 )  $\theta_1 = \theta_2$  であるので，( 3 ) と ( 4 ) より， $\theta_1 = \frac{\phi_0 + \alpha}{2}$  および  $\theta'_1 = \frac{\alpha}{2}$  となる。 $n = \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta'_1}$  の関係に  $\theta_1$  および  $\theta'_1$  を代入して以下のようになる。

$$n = \frac{\sin \frac{\phi_0 + \alpha}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2}}$$

問 2

( 1 ) 問 1 と同様に， $n \sin \beta = \sin(\delta + \beta)$  となるので， $\sin x \approx x$  の近似を用いて以下のようになる。

$$\underline{\delta = (n - 1)\beta}$$

( 2 ) 光路差が波長の整数倍のときに強めあうから，干渉縞の間隔  $\Delta x$  は  $\Delta x \sin \delta = \lambda$  をみたく。近似式を用いて，

$$\underline{\text{干渉縞の間隔} : \frac{\lambda}{\delta}}$$

を得る。

( 3 ) 干渉縞の間隔は， $\frac{\lambda}{\delta} = \frac{\lambda}{(n - 1)\beta}$  であるので，屈折率が  $n$  のときと  $n'$  のときの干渉縞の間隔の比をとると以下のようになる。

$$\frac{\frac{\lambda}{(n' - 1)\beta}}{\frac{\lambda}{(n - 1)\beta}} = \frac{n - 1}{n' - 1}$$

$n' > n$  より， $\frac{n - 1}{n' - 1} < 1$  であるため，干渉縞の間隔は狭くなる。

III 出題意図：ガウス加速器の仕組みを考える探究活動をテーマとし，運動量保存則，エネルギー保存則などを理解した上で，磁石の磁力がする仕事という受験生にとって既知ではない事象について，思考・判断する力を問うた。

問 1 力学的エネルギーの変化量が磁力がした仕事と等しいという仮説 1 より

$$\frac{1}{2}mv_A^2 - mgh_A = W_A$$

という式が得られる。これより

$$v_A = \sqrt{2gh_A + \frac{2W_A}{m}}$$

である。

問 2 力学的エネルギー保存則は

$$\frac{1}{2}mv_A^2 + \frac{1}{2}3mv_{BCD}^2 = \frac{1}{2}3mv_{ABC}^2 + \frac{1}{2}mv_D^2$$

と表される。一方，運動量保存則は

$$mv_A + 3m(-v_{BCD}) = 3m(-v_{ABC}) + mv_D$$

と表される。

問 3 問 2 で求めた 2 つの式を連立させ， $v_{ABC}$  を消去し，速さ  $v_D$  が正の量であることに注意することにより

$$v_D = v_A$$

が得られる。

問 4 仮説 1 より

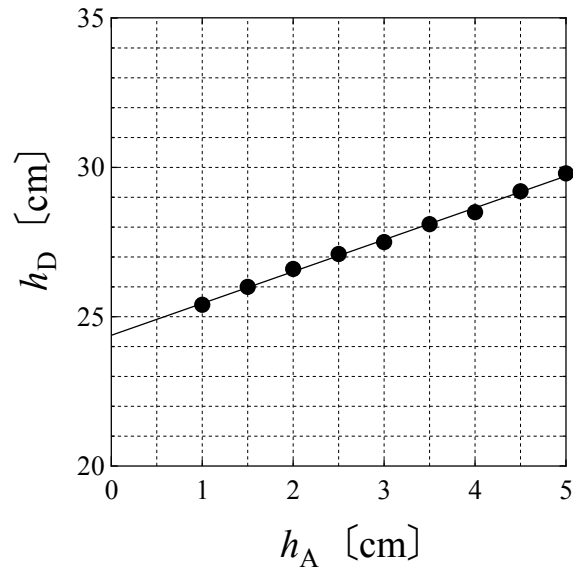
$$mgh_D - \frac{1}{2}mv_D^2 = W_D$$

という式が得られる。これより

$$h_D = \frac{1}{2g}v_D^2 + \frac{W_D}{mg}$$

となる。

問 5



問 6 問 5 のグラフが  $h_D = h_A + \frac{1}{mg}(W_A + W_D)$  の関係を満たしていると判断でき、このグラフの  $y$  切片の値から  $\frac{1}{mg}(W_A + W_D)$  を見積もることができる。 $h_A \rightarrow 0$  での  $h_D$  の値 ( $h_D^0$ ) は、有効数字 2 桁で

$$h_D^0 = 24 \text{ cm}$$

と見積もられる。したがって

$$\frac{1}{mg}(W_A + W_D) = 24 \text{ cm} = 2.4 \times 10^{-1} \text{ m}$$

となる。質量は

$$m = 14 \text{ g} = 1.4 \times 10^{-2} \text{ kg}$$

であるため、したがって

$$\begin{aligned} W_A + W_D &= (2.4 \times 10^{-1} \text{ m}) \times (1.4 \times 10^{-2} \text{ kg}) \times (9.8 \text{ m/s}^2) \\ &= 33 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2 \end{aligned}$$

である。これを、ジュールの単位で有効数字 1 桁で示すと

$$\underline{W_A + W_D = 3 \times 10^{-2} \text{ J}}$$

となる。